

Bildungsstandards im Fach Mathematik

**für den Hauptschulabschluss
(Jahrgangsstufe 9)**

(Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004)

Sekretariat der Ständigen Konferenz
der Kultusminister der Länder
in der Bundesrepublik Deutschland
Ref. II A3
Postfach 22 40
53012 Bonn

Rahmenvereinbarung

(Text folgt)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss (Jahrgangsstufe 9)

Inhaltsverzeichnis

<u>1</u>	<u>Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung</u>	5
<u>2</u>	<u>Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik</u>	7
<u>3</u>	<u>Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen im Fach Mathematik</u>	9
<u>3.1</u>	<u>Mathematische Leitideen</u>	9
<u>3.2</u>	<u>Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen geordnet nach Leitideen</u>	9
<u>4</u>	<u>Aufgabenbeispiele</u>	12
<u>4.1</u>	<u>Anforderungsbereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen</u>	12
<u>4.2</u>	<u>Kommentierte Aufgabenbeispiele</u>	15

1 Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

- technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen
- Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen
- in der Bearbeitung von Fragen und Problemen mit mathematischen Mitteln allgemeine Problemlösefähigkeit erwerben.

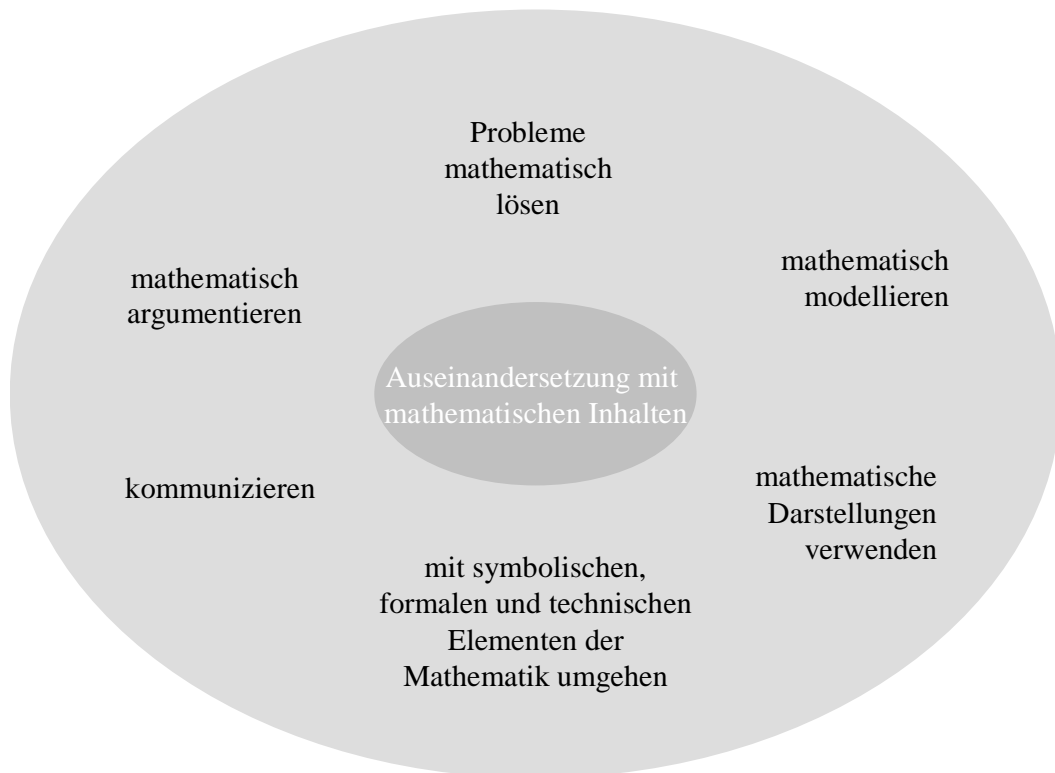
Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss (Jahrgangsstufe 9) benennen dementsprechend allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielfältigen mathematischen Inhalten im Mathematikunterricht erwerben sollen. Dazu bearbeiten sie Probleme, Aufgaben und Projekte mit mathematischen Mitteln, lesen und schreiben mathematische Texte, kommunizieren über mathematische Inhalte u. a. m. Dies geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen, die Entwicklung von kommunikativen Fähigkeiten und Kooperationsbereitschaft sowie eine zeitgemäße Informationsbeschaffung, Dokumentation und Präsentation von Lernergebnissen zum Ziel hat. Der Auftrag der schulischen Bildung geht über den Erwerb fachspezifischer Kompetenzen hinaus. Zusammen mit anderen Fächern zielt Mathematikunterricht auch auf Persönlichkeitsentwicklung und Wertorientierung.

Aus Inhalt und Aufbau der Bildungsstandards können Anhaltspunkte für die Gestaltung des Mathematikunterrichts abgeleitet werden, die an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert sind und nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lerninhalte abhängt. Dies ermöglicht, individuelle Lernwege und Lernergebnisse zu analysieren und für das weitere Lernen zu nutzen, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann. Schülerinnen und Schüler sollen auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben, in dem auch Hilfsmittel, insbesondere elektronische Medien entsprechend sinnvoll eingesetzt werden. Für einen solchen Mathematikunterricht ist die Beschreibung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Kapitel 2 in den Vordergrund gerückt worden. Auch die im Kapitel 3 vorgenommene Strukturierung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nach mathematischen Leitideen unterstützt dies, indem bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sachgebietsübergreifendes, vernetzendes Denken und Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe erreicht werden sollen. Die Aufgabenbeispiele im Kapitel 4 verdeutlichen die allgemeinen mathematischen Kompetenzen mit ihren Anforderungsbereichen und die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen über die Angabe von Leitideen. Zugleich illustrieren die Auf

gabenbeispiele exemplarisch die Standarderreicherung, indem sie zeigen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen. Sie sind daher auch zur Adaption und schöpferischen Diskussion für Lehrkräfte und Fachkollegien gedacht.

2 Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik

Mit dem Erwerb des Hauptschulabschlusses nach Klasse 9 sollen Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen verfügen, die für alle Ebenen des mathematischen Arbeitens relevant sind. Diese Kompetenzen werden immer im Verbund erworben bzw. angewendet.



Im Folgenden werden die oben benannten mathematischen Kompetenzen erläutert, indem sie beispielhaft konkretisiert werden. Sie werden im Abschnitt 4.1 weiter ausdifferenziert.

(K 1) Mathematisch argumentieren

Dazu gehört:

- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so ...?“), und Vermutungen begründet äußern,
- mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
- Lösungswege beschreiben und begründen.

(K 2) Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört:

- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,

- geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

(K 3) Mathematisch modellieren

Dazu gehört:

- Bereiche oder Situationen, die modelliert werden sollen, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.

(K 4) Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehört:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

(K 5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Dazu gehört:

- mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten,
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
- mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen.

(K 6) Kommunizieren

Dazu gehört:

- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.

3 Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen im Fach Mathematik

3.1 Mathematische Leitideen

Die oben beschriebenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Dementsprechend lassen sich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen als Dispositionen von Schülerinnen und Schülern vielfältig inhaltsbezogen konkretisieren. Im Folgenden werden Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen benannt.

Sie sind jeweils ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen, Besonderheiten mathematischen Denkens zu verdeutlichen sowie Bedeutung und Funktion der Mathematik für die Gestaltung und Erkenntnis der Welt erfahren zu lassen.

Folgende mathematische Leitideen sind zu Grunde gelegt:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall.

Eine Leitidee vereinigt Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete und durchzieht ein mathematisches Curriculum spiralförmig.

Die Zuordnung einer inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenz zu einer mathematischen Leitidee ist nicht in jedem Fall eindeutig, sondern davon abhängig, welcher Aspekt mathematischen Arbeitens im inhaltlichen Zusammenhang betont werden soll.

3.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen geordnet nach Leitideen

(L 1) Leitidee Zahl

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise,
- rechnen mit natürlichen, gebrochenen und negativen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, auch im Kopf,
- nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen,

- nutzen Überschlagsrechnungen,
- runden Zahlen dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll,
- verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht,
- erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
- wählen und beschreiben Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen.

(L 2) Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumensmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen,
- wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel) und wandeln sie ggf. um,
- schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über alltagsbezogene Repräsentanten,
- ermitteln Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren,
- ermitteln Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide und Zylinder sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor oder entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.

(L 3) Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und beschreiben geometrische Objekte und Beziehungen in der Umwelt,
- operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
- stellen geometrische Figuren und elementare geometrische Abbildungen im ebenen kartesischen Koordinatensystem dar,
- fertigen Netze, Schrägbilder und Modelle von ausgewählten Körpern an und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- klassifizieren Winkel, Dreiecke, Vierecke und Körper,
- erkennen und erzeugen Symmetrien,

- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen und Berechnungen an, insbesondere den Satz des Pythagoras,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel, wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometrie-Software.

(L 4) Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben und interpretieren funktionale Zusammenhänge und ihre Darstellungen in Alltagssituationen,
- verwenden für funktionale Zusammenhänge unterschiedliche Darstellungsformen,
- unterscheiden proportionale und antiproportionale Zuordnungen in Sachzusammenhängen und stellen damit Berechnungen an,
- nutzen die Prozentrechnung bei Wachstumsprozessen (beispielsweise bei der Zinsrechnung), auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms,
- nutzen Maßstäbe beim Lesen und Anfertigen von Zeichnungen situationsgerecht,
- lösen einfache lineare Gleichungen,
- vergleichen ihr Vorgehen beim Lösen einfacher linearer Gleichungen mit anderen Lösungsverfahren (wie inhaltlichem Lösen oder systematischem Probieren).

(L 5) Leitidee Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler

- werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,
- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel wie Software,
- berechnen und interpretieren Häufigkeiten und Mittelwerte,
- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,
- interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten.

4 Aufgabenbeispiele

4.1 Anforderungsbereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Zum Lösen mathematischer Aufgaben werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei Anforderungsbereiche unterscheiden: Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren. Im Allgemeinen nehmen Anspruch und kognitive Komplexität von Anforderungsbereich zu Anforderungsbereich zu.

Die Anforderungsbereiche sind für alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen wie folgt charakterisiert:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Bereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Bereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Bereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Die nachfolgende Tabelle stellt eine Ausdifferenzierung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den drei Anforderungsbereichen dar. Mit Hilfe der Tabelle kann der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe analysiert werden, um zu bestimmen, welche Kompetenzen in welchen Anforderungsbereichen zur Bearbeitung gebraucht werden.

Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Mathematisch argumentieren Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> - Routineargumentationen wiedergeben (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze, die aus dem Unterricht vertraut sind) - mit Alltagswissen argumentieren 	<ul style="list-style-type: none"> - überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern oder entwickeln - einen Lösungsweg beschreiben und begründen - Ergebnisse bzgl. ihres Anwendungskontextes bewerten - Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen erläutern 	<ul style="list-style-type: none"> - komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln - verschiedene Argumentationen bewerten - Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind und Vermutungen begründet äußern
Probleme mathematisch lösen Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> - Routineaufgaben lösen („sich zu helfen wissen“) - einfache Probleme mit bekannten - auch experimentellen - Verfahren lösen 	<ul style="list-style-type: none"> - Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung von heuristischen Hilfsmitteln, Strategien und Prinzipien erfordert - Probleme selbst formulieren - die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen 	<ul style="list-style-type: none"> - anspruchsvolle Probleme bearbeiten - das Finden von Lösungs-ideen und die Lösungswege reflektieren
Mathematisch modellieren Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> - vertraute und direkt erkennbare Modelle nutzen - einfachen Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematische Objekte zuordnen - Resultate am Kontext prüfen 	<ul style="list-style-type: none"> - Modellierungen, die mehrere Schritte erfordern, vornehmen - Ergebnisse einer Modellierung interpretieren und an der Ausgangssituation prüfen - einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen 	<ul style="list-style-type: none"> - komplexe oder unvertraute Situationen modellieren - verwendete mathematische Modelle (wie Formeln, Gleichungen, Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, strukturierte Darstellungen, Ablaufpläne) reflektieren und kritisch beurteilen
Mathematische Darstellungen verwenden Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> - vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen oder nutzen 	<ul style="list-style-type: none"> - Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und zwischen den Darstellungsformen wechseln 	<ul style="list-style-type: none"> - eigene Darstellungen entwickeln - verschiedene Formen der Darstellung zweckentsprechend beurteilen - nicht vertraute Darstellungen lesen und ihre Aussagekraft beurteilen

Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> – Routineverfahren verwenden – mit vertrauten Formeln und Symbolen umgehen – mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) in Situationen nutzen, in denen ihr Einsatz geübt wurde 	<ul style="list-style-type: none"> – Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen – symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt – mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen und Diagrammen arbeiten – mathematische Werkzeuge verständlich auswählen und einsetzen 	<ul style="list-style-type: none"> – Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz bewerten – Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Werkzeuge reflektieren
Kommunizieren Dazu gehört:		
<ul style="list-style-type: none"> – einfache mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken – aus kurzen, einfachen mathemathikhaltigen Texten, Grafiken und Abbildungen Informationen entnehmen – auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren 	<ul style="list-style-type: none"> – Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse verständlich darstellen – komplexe mathemathikhaltige Texte, Grafiken und Abbildungen sinnentnehmend erfassen – die Fachsprache adressatengerecht verwenden – auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten eingehen – mit Fehlern konstruktiv umgehen 	<ul style="list-style-type: none"> – komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich präsentieren – komplexe mathematische Texte sinnentnehmend erfassen – Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten bewerten

4.2 Kommentierte Aufgabenbeispiele

(1) Terrassenplatten

Aufgabenstellung

Familie Schmidt möchte auf ihrem Grundstück eine Terrasse anlegen. Sie soll die Form eines Rechtecks haben, kann aber auf Grund bestehender Anpflanzungen maximal 7 m lang und höchstens 5 m breit werden.

- Zur Vorbereitung der Pflasterung wird diese Fläche einen halben Meter tief ausgeschachtet. Wie viel Kubikmeter Erde fallen an?
- In dem Werbeprospekt eines Baumarktes findet Familie Schmidt ein Angebot für Terrassenplatten verschiedener Größe. Familie Schmidt möchte nur ganze Platten einer Größe verlegen.

Baumarkt Nagel

- Angebot der Woche -

Terrassenplatten

35 cm x 35 cm	40 cm x 40 cm
	
2,50 € pro Stück	2,90 € pro Stück

Was würdest du Familie Schmidt empfehlen? Begründe deine Entscheidung.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Es ist eine offene Aufgabe, deren Praxisbezug für Schülerinnen und Schüler vorstellbar ist. Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- Probleme mathematisch lösen (K 2) und
- mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Messen (L 2) erworben haben. Die Aufgabe kann variiert werden, indem beispielsweise nur eine einzige Plattengröße vorgegeben wird, für die die Plattierung zu berechnen ist, oder – als komplexere Anforderung – unterschiedliche Plattengrößen beim Auslegen verwendet werden können und dafür die Rechnung zu erfolgen hat. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Volumen: 17,5 m ³	L 2	K 3		
b)	Plattengröße 35 cm x 35 cm liefert größtmögliche Terrasse mit 7,00 m x 4,90 m. Plattengröße 40 cm x 40 cm ist die kostengünstigere Variante bei etwas kleinerer Fläche (6,80 m x 4,80 m), Ersparnis ca. 110 € gegenüber der Wahl der anderen Plattengröße.	L 2	K 2		

(2) Riesenfass

Aufgabenstellung



Wie viel Flüssigkeit passt ungefähr in dieses Fass? Begründe deine Antwort.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Schülerinnen und Schüler sollen mathematisch relevante Gesichtspunkte herausfiltern wie: Welcher geometrische Körper entspricht dieser Fassform? Wie breit bzw. wie hoch ist dieses Fass? Entscheidend für die Lösung ist die Idee, geeignete Vergleichsgrößen und Körpermodelle zu finden, die der Realität nahe kommen. Es gibt keine eindeutige Lösung, aber mehrere Wege zu begründeten Antworten, die im Unterricht reflektiert werden sollten.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Messen (L 2) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Wahl eines geeigneten geometrischen Körpers, z. B. Zylinder Ermitteln von Näherungswerten für Durchmesser und Höhe des Zylinders durch den Vergleich einer Person mit dem Fass zur Berechnung des Volumens Unter der Annahme (Durchmesser ca. 3 m und Höhe ca. 3 m) passen ungefähr 21 000 Liter Flüssigkeit in das Fass. Lösungsweg beschreiben und begründen	L 2			K 3

(3) Räumungsverkauf

Aufgabenstellung

Räumungsverkauf

Alle Geräte um 20 % reduziert!

~~150,00 €~~



reduzierter Preis
?

Letzter Verkaufstag - Samstag, 30.10.

Alles MUSS raus!!!

Alles wird nochmals um 30 % herabgesetzt!

Auszubildender Maximilian soll die Preisschilder schreiben. Er denkt: „Donnerwetter, erst wurde um 20 % gesenkt und dann noch einmal um 30 %. Jetzt kostet die Anlage ja nur noch die Hälfte!“ Was meinst du dazu? Begründe deine Aussage.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die anwendungsbezogene Aufgabe zur Prozentrechnung entspricht dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler und fordert von ihnen, sich mit dem Fehlschluss auseinander zu setzen. Die Aufgabe kann zum Beispiel wie folgt variiert werden: „Berechne den Preis für die Reduzierung um 20 %.“ oder „Ändert sich das Ergebnis, wenn zuerst um 30 % und dann um 20 % gesenkt wird? Begründe.“

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch argumentieren (K 1)

im Rahmen der **Leitidee** Zahl (L 1) erworben haben.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

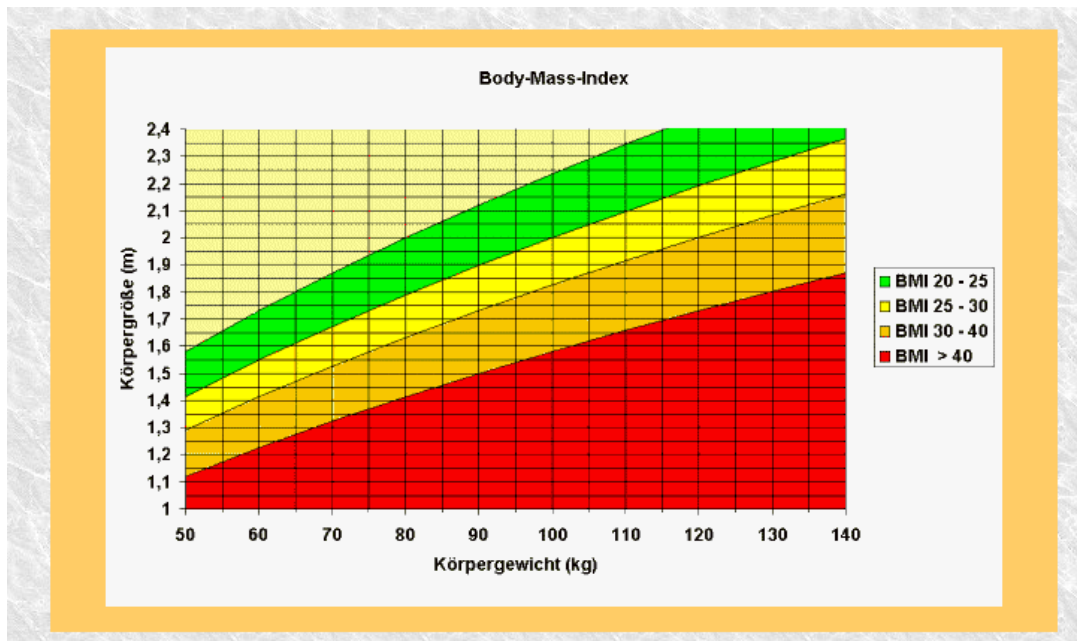
	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Begründen der Aussage verbal und durch Rechnung (wie „Nach zweimaliger Reduzierung kostet das Gerät noch 84,00 €, denn ...“).	L 1		K 1	

(4) Body Mass Index

Aufgabenstellung

Der Body Mass Index (BMI) ist ein Maß, mit dem man feststellen kann, ob man normalgewichtig ist.

Bedeutung des BMI-Wertes (nach http://www.diabetiker-hannover.de)	
kleiner als 20	Untergewicht
20 bis 24,9	Normalgewicht
25 bis 29,9	Übergewicht (langfristig abnehmen)
30 bis 39,9	starkes Übergewicht, Fettsucht (langfristig engagiert abnehmen, Bewegung, weniger Alkohol, weniger Fett)
ab 40	krankhaftes Übergewicht, extreme Fettsucht (fachliche Hilfe zum Abnehmen erforderlich, kalorienarme Diät)



- a) Sarah ist 1,70 m groß und wiegt 60 kg. In welchem Bereich liegt ihr Body Mass Index ? Sie denkt über eine Diät nach. Ihr Vater hält nichts von der Diät. Was würdest du Sarah begründet raten?
- b) Sarah informiert sich im Internet:

„...der Body Mass Index (BMI) wird als Quotient aus Körpergewicht (kg) und Körpergröße (m) im Quadrat bestimmt.“

Sarahs Vater ist 1,78 m groß und wiegt 103 kg. Sie wollen nun den BMI-Wert des Vaters berechnen.

Dabei wählen sie verschiedene Rechenwege:

$$\text{Rechnung des Vaters: } BMI = \left(\frac{103}{1,78} \right)^2 \quad \text{Rechnung von Sarah: } BMI = \frac{103}{(1,78)^2}$$

Wer berechnet den Body Mass Index richtig? Begründe.

- c) Der Vater strebt wieder Normalgewicht an. Wie viel Kilogramm muss er mindestens abnehmen?

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Zur Bearbeitung der Aufgabe ist die Analyse eines kurzen nicht-kontinuierlichen Textes mit beschreibenden, tabellarischen und graphischen Elementen notwendig. Die Aufgabe erfordert die sensible Berücksichtigung der Situation in der Klasse. Sie bietet die Möglichkeit, fachübergreifend zu arbeiten.

Die Schülerinnen und Schüler sollen bei der Bearbeitung der Aufgabe nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1) und
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

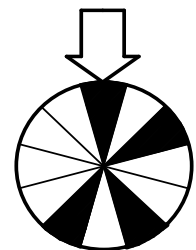
	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Ablezen des Bereiches (20 bis 25) Begründung der Entscheidung über eine Interpretation des Diagramms	L 4	K 4		
b)	Berechnen der BMI-Werte und geeignetes Runden (Vater: 3348,4; Sarah: 32,5) Begründung der Entscheidung durch Nutzen der Tabelle bzw. des Diagramms	L 4	K 1		
c)	Berechnung des Gewichtes (ca. 79kg) Berechnung der Differenz (ca. 24 kg) alternativ: Bestimmung des Gewichtes mit dem Diagramm (78 bis 80 kg) Berechnung der Differenz (25 bis 23 kg)	L 4	K 4		

(5) Glücksräder

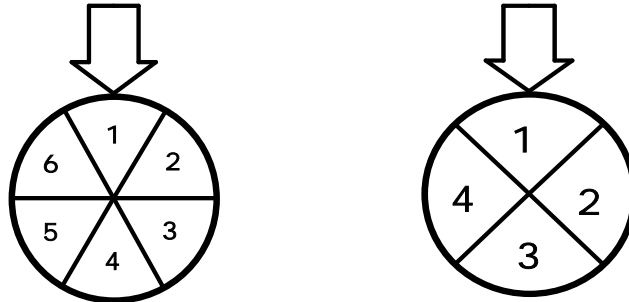
Aufgabenstellung

Die Elisabeth-Hauptschule organisiert für alle 517 Schüler ein Schulfest. Die neunten Klassen bieten Glücksspiele an.

- a) Die Klasse 9a hat ein Glücksrad, bei dem auf jedem schwarzen Feld ein Preis gewonnen wird. Untersuche, wie viele Preise bereitgestellt werden sollten, wenn jede Schülerin bzw. jeder Schüler zweimal drehen darf.



- b) Die Klasse 9b verlost als Hauptgewinn eine Ballonfahrt. An der Verlosung kann man teilnehmen, wenn man jedes der beiden Glücksräder einmal dreht und beide auf „1“ stehen bleiben. Wie hoch ist dafür die Wahrscheinlichkeit?



Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Der Schülerinnen und Schüler sollen bei der Bearbeitung der Aufgabe nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

- Probleme mathematisch lösen (K 2)

im Rahmen der **Leitidee** Daten und Zufall (L 5) erworben haben. Die Aufgabe a) kann durch folgende variiert werden: Anne dreht das Glücksrad einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie einen Preis gewinnt?

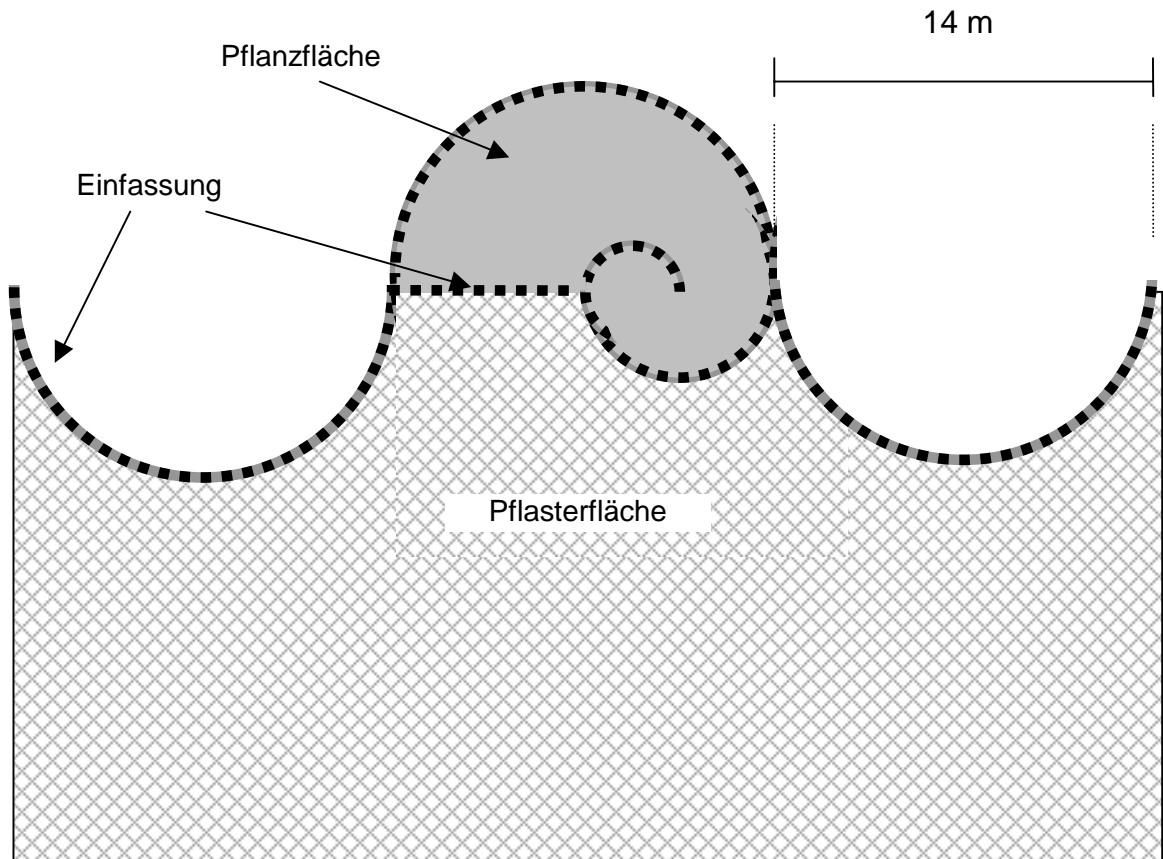
Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{3}$, ca. 350 Preise (auch experimentelle Untersuchungen möglich oder Einbeziehung von Erfahrungswissen)	L 5		K 2	
b)	Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{24}$	L 5			K 2

(6) Gartengestaltung

Aufgabenstellung

Ein Landschaftsgärtner soll eine Fläche nach diesem maßstabsgerechten Plan neu gestalten.



- Wie groß ist die Pflanzfläche?
- Wie lang ist die Einfassung (gestrichelte Linie)?

Beschreibung der Aufgabe und Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

- mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Messen (L 2) erworben haben. Die Aufgabe kann durch folgende erweitert werden: Wie groß ist die Pflasterfläche? Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

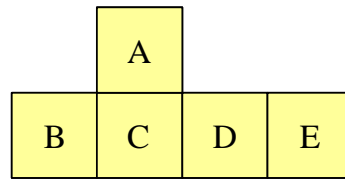
	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Entnahme der Daten aus dem Plan Pflanzfläche : ca. 96 m ²	L 2		K 3	
b)	Länge der Einfassung: ca. 90 m	L 2		K 3	

(7) Würfel

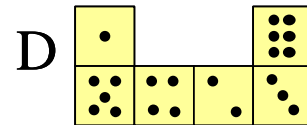
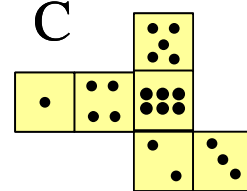
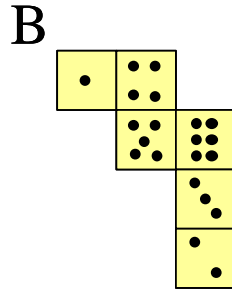
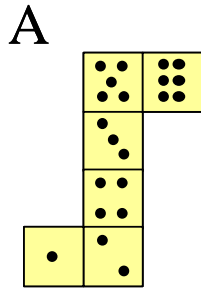
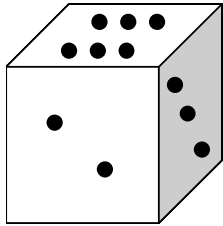
Aufgabenstellung

a) Es wird eine offene Schachtel gefaltet.

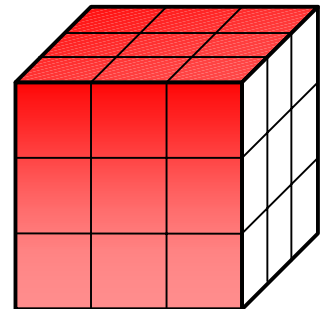
Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?



b) Welches ist ein richtiges Netz des gegebenen Spielwürfels?



c) Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt. Ermittle die Anzahl der entstandenen Teilwürfel, die genau eine (zwei, drei, vier) rot angestrichene Fläche(n) haben?



Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe besteht aus voneinander unabhängigen Teilaufgaben. Bei ihrer Bearbeitung sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- Probleme mathematisch lösen (K 2) und
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

im Rahmen der **Leitidee** Raum und Form (L 3) erworben haben.

Zugelassene Hilfsmittel sind Würfelmodelle.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Fläche A	L 3	K 4		
b)	Netz C	L 3	K 4		

c)	eine rote Fläche: 9 Würfel zwei rote Flächen: 12 Würfel drei rote Flächen: 4 Würfel vier rote Flächen: 0 Würfel	L 3	K 2
----	--	-----	-----

(8) Statistische Erhebung

Aufgabenstellung

Bearbeite folgende Aufträge in Gruppen.

- Führe in deinen Abschlussklassen innerhalb einer Woche eine Befragung durch und sammle Daten zum weiteren Ausbildungsweg der Schülerinnen und Schüler. Ordne diese Daten in einer Tabelle übersichtlich an und erstelle mit Hilfe entsprechender Software verschiedene Diagramme.
- Wähle ein Diagramm aus, das dir besonders geeignet erscheint, den Sachverhalt darzustellen. Präsentiere dein Ergebnis vor der Klasse und begründe die Wahl deines Diagramms.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe ist eine Langzeitaufgabe, bei der sowohl Zeitvorgabe als auch Themenstellung veränderbar sind und den Rahmenbedingungen vor Ort entsprechen müssen.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**:

- kommunizieren (K 6) und
- mathematische Darstellungen verwenden (K4)

im Rahmen der **Leitidee** Daten und Zufall (L 5) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der PC.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Daten sammeln, Tabelle und Schaubilder mit bekannter Software erstellen	L 5			K 4
b)	Ergebnisse und geeignete Visualisierung begründen	L 5			K 6

(9) Fehler im Rechenweg

Aufgabenstellung

Was wurde falsch gemacht?

$2(x + 6) = x - 30$
$2x + 12 = x - 30 \quad +30$
$2x + 12 = x \quad -x$
$x + 12 = 0 \quad -12$
$x = -12$

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5) im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L4) erworben haben.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Die Zahl 30 wurde nicht auf beiden Seiten der Gleichung addiert.	L 4	K 5		

(10) Handytarif

Aufgabenstellung

Katja kauft sich ein Handy.

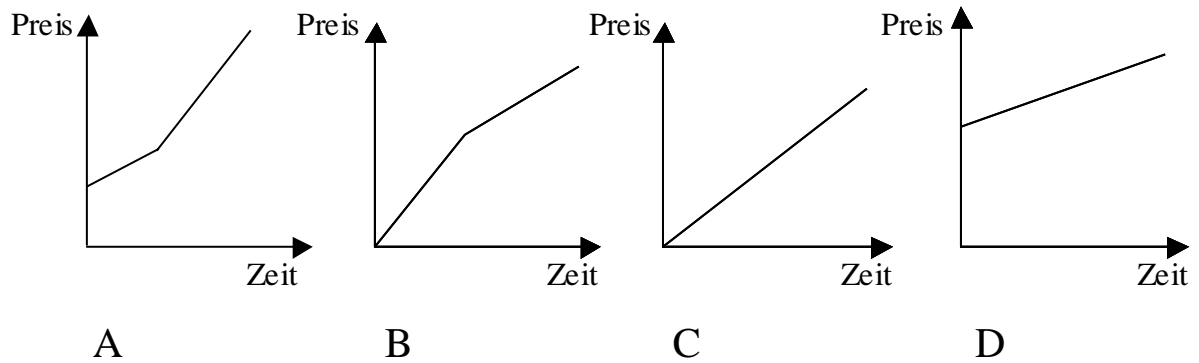
Ihr werden unterschiedliche Tarife angeboten:

Normaltarif N: Monatsgrundpreis 10,95 € Kosten pro Minute 0,15 € sekundengenaue Abrechnung

Spezialtarif S: Monatsgrundpreis 0 € Kosten pro Minute 0,39 € sekundengenaue Abrechnung



- a) Wie teuer ist ein Gespräch im Spezialtarif S, das zwei Minuten und 30 Sekunden dauert?
- b) Welcher der folgenden Graphen zeigt den Normaltarif N? Begründe deine Entscheidung.



c) Berate Katja bei der Wahl des Tarifs.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch modellieren (K 3),
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben. Die Aufgabe c) kann variiert werden, indem eine konkrete Gesamtdauer für die monatlichen Telefonate angegeben wird. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner oder PC.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Kosten: 0,98 €	L 4	K 5		
b)	Graph D Bei der Begründung muss der Grundpreis und die gleichmäßige Zunahme der Kosten in Beziehung zur Zeit herangezogen werden.	L 4	K 4		
c)	Lösungsmöglichkeiten: Berechnung unterschiedlicher konkreter Gesamtkosten für einen Monat (10 min, 20 min, ...) unter Berücksichtigung des Monatsgrundpreises und der Kosten für die Gesprächsdauer. Vergleich (auch mit Zuordnungstabelle) Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms Mögliche Beratung: „Wenn mehr als 45 Minuten im Monat telefoniert werden, ist der Normaltarif günstiger.“ (Der genaue mathematische Wert beträgt 45,63 min.)	L 4	K 3		

(11) Fähre

Aufgabenstellung

An der Anlegestelle einer großen Fähre findet sich diese Preistabelle:

Einzelkarte	1 Person	50,00 €
Blockkarte	8 Personen	380,00 €
Blockkarte	20 Personen	900,00 €

- Berechne den günstigsten Preis für 16 Personen.
- Welchen Preisnachlass erhält Peter, wenn er statt 20 Einzelkarten die entsprechende Blockkarte kauft?
- Für eine Gruppe aus 24 Personen rechnet Frank einen Preis von 1140,00 € aus. Maike meint, dass die Gruppe günstiger fahren kann. Hat sie Recht? Begründe.
- Die Fährgesellschaft will eine Blockkarte für 50 Personen einführen. Welcher Preis wäre dafür angemessen? Begründe.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1),
- Probleme mathematisch lösen (K 2) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitidee** Zahl (L 1) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angabe der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Berechnen der Preise mit Hilfe verschiedener Tarife: z. B. $760 \text{ €} < 800 \text{ €} < 900 \text{ €}$	L 1	K 5		
b)	Einsparung: 100 €	L 1	K 5		
c)	Maike hat Recht, denn bei Verwendung einer Blockkarte für 20 Personen und vier Einzelkarten erhält man einen Gesamtpreis von 1100 €	L 1	K 1		

d)	Die Aufgabe hat keine eindeutige Lösung. Sie erfordert die Diskussion des Bereichs, in dem sich der Preis für die Blockkarte für 50 Personen bewegen muss, etwa durch die Beachtung von $50 \text{ €} > (380:8) \text{ €} > (900:20) \text{ €}$	L 1	K 2
----	---	-----	-----

(12) Kopierpapier

Aufgabenstellung

Eine Schule braucht größere Mengen Kopierpapier.

Dem Schulsekretariat liegen zwei Angebote vor:

1. 7000 Blatt zu 133 € 2. 5000 Blatt zu 85 €

Für welches Angebot soll sich die Schule entscheiden?

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

- Probleme mathematisch lösen (K 2)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben.

Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner, doch sollten die Schülerinnen und Schüler auch zum Überschlagen angeregt werden.

Lösungsskizze mit Angaben der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Das Angebot „5000 Blatt zu 85 €“ ist günstiger als das andere.	L 4	K 2		

(13) Mogelpackung

Aufgabenstellung

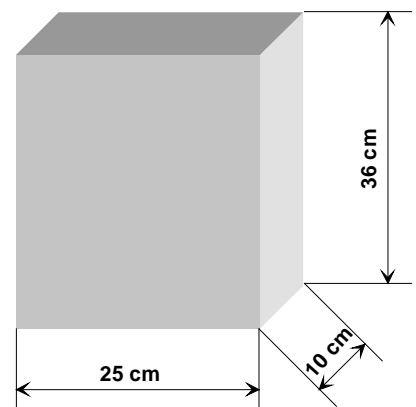
Eine Cornflakes-Packung hat die in der Abbildung angegebenen Abmessungen.

- a) Berechne das Fassungsvermögen einer solchen Packung.

Peter stellt fest, dass die gekaufte Packung Cornflakes nur zu $\frac{5}{6}$ der Höhe gefüllt ist.

- b) Welche Gründe könnten für die größere Packung sprechen?

- c) Wie viel Pappe könnte die Herstellerfirma pro Verpackung einsparen?



Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1) und
- mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Messen (L 2) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angaben der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Ergebnis: 9000 cm^3 bzw. 9 l	L 2	K 3		
b)	Vortauschen eines großen Volumens oder technische Bedingungen beim Einfüllen der Cornflakes	L 2	K 1		
c)	Ergebnis: 420 cm^2	L 2	K 3		

(14) Geldanlage

Aufgabenstellung

Ein Ehepaar möchte seinen Lottogewinn von 10 000 € für drei Jahre anlegen. Es vergleicht zwei Angebote.

Angebot A: Das Guthaben wird in jedem Jahr mit 4 % verzinst.

Angebot B: Der Zinssatz beträgt

im 1. Jahr	3 %
im 2. Jahr	4 %
im 3. Jahr	5 %.

Bei beiden Angeboten werden die Zinsen am Ende eines jeden Jahres mitverzinnt (Zinseszins). Das Ehepaar überlegt: „Sind die beiden Angebote gleich? Es sind doch bei beiden Angeboten im Schnitt 4 % Zinsen pro Jahr.“ Äußere dich zu dieser Überlegung.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch argumentieren (K 1)

im Rahmen der **Leitidee** Zahl (L1) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit Angaben der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Die Angebote unterscheiden sich kaum im Ertrag. Bei Angebot A erhält man am Ende der Laufzeit 1,04 € mehr als bei Angebot B.	L 1			K 1

(15) Ebene Figuren

Aufgabenstellung

Zeichne das Dreieck ABC mit A(4; 3), B(-2; 3) und C(1; -1) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem.

- Was für ein Dreieck entsteht?
- Zeichne einen weiteren Punkt D so ein, dass ein Parallelogramm entsteht. Gib die Koordinaten von D an.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Raum und Form (L 3) erworben haben.

Lösungsskizze mit Angaben der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, ihrer Anforderungsbereiche und der Leitideen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Das Dreieck ist gleichschenkelig und spitzwinklig.	L 3	K 3		
b)	Zum Beispiel: $D(7; -1)$ Es sind noch zwei weitere Lösungen möglich.	L 3	K 3		